

Myrkolonioptimering som lösningsmetod till handelsresandeproblemet

Josef Gullström

Åbo Akademi

Institutionen för informationsteknologi

Handledare: Åke Gustavson

Referat

Myrkolonioptimering är en metod som tillämpas för att hitta nära optimala lösningar till olika diskreta optimeringsproblem. Metoden är inspirerad av myrornas beteende vid sökning av mat. Denna undersökning presenterar ursprunget, användningsområden och teorin bakom denna metod. Som exempelproblem används handelsresandeproblemet och som lösningsalgoritm *"Ant Colony System"*

Sökord: Myrkolonioptimering, ACO, Handelsresandeproblemet, TSP

Innehållsförteckning

1.Inledning.....	1
2.Myrkolonioptimering.....	2
2.1.Bakgrund.....	2
2.2.Tillämpningsområden.....	3
2.3.Myrkolonioptimeringens uppbyggnad.....	4
3.Lösningss algoritmer för handelsresandeproblemet.....	7
3.1.Handelsresandeproblemet.....	7
3.2.Ant System (AS).....	9
3.3.Ant Colony System.....	10
3.4.Resultat.....	12
4.Parallellisering / hybridalgoritmer.....	12
5.Sammanfattning.....	13
6.Litteraturförteckning.....	14

1. Inledning

Många optimeringsproblem saknar effektiva metoder för att hitta optimala lösningar. Heuristiker är problemspecifika stokastiska lösningsmetoder för att finna nära optimala lösningar till svårlösta problem. Trots att heuristiker inte kan visa hur nära optimum en lösningskandidat är, kan de vara användbara för att hitta användbara lösningar till komplexa problem under rimlig tid [6].

Metaheuristiker är metoder som kan tillämpas på ett stort antal problem. Metaheuristiker kan beskrivas som huvudstrategier, som styr och begränsar underlydande heuristikens operationer genom kombination av olika intelligenta koncept. Metaheuristikens kraftfullhet ligger i deras kapacitet att på ett praktiskt möjligt sätt lösa diskreta problem [6].

Ett metaheuristiskt tillvägagångssätt för lösning av olika diskreta optimeringsproblem är myrkolonioptimering (eng. Ant Colony Optimization, ACO), som simulerar myrs beteende vid sökning av mat för att finna potentiella lösningar. Denna undersöknings syfte är att presentera hur detta koncept kan tillämpas som lösningsmetod till handelsresandeproblemet. Förkortningen ACO används tidvis i stället för myrkolonioptimering.

2. Myrkolonioptimering

I detta kapitel introduceras begreppet myrkolonioptimering. Till först presenteras metodens biologiska bakgrund. Tillämpningar av ACO diskuteras i avsnitt 2. Slutligen beskrivs ACO-metaheuristikens generella uppbyggnad.

2.1. Bakgrund

Myrsamhällens förfarande vid näringssökande besitter en del intressanta egenskaper. Trots minimal information om varandras handlingar lyckas myror kollektivt bygga upp effektiva vägar till mat. Detta är möjligt på grund av myrors indirekta kommunikation genom miljöförändringar. Denna kommunikationstyp kallas stigmergi (eng. stigmergy), ett uttryck myntat 1959 av P.P. Grassé [2].

Under näringssökandet rör sig ett antal myror inledningsvis till en stor grad slumpmässigt i omgivningen kring stacken . Varje myra avger ständigt ett svagt spår feromoner, kemiska ämnen som stimulerar övriga individers beteende. När en näringskälla hittas återvänder upphittaren till stacken avsöndrandes ett starkare spår feromoner. Övriga myror känner av spåret och kan, med en viss sannolikhet, börja följa det och i sin tur förstärka det. Ju starkare ett spår är, desto större är sannolikheten att fler myror följer det. Från detta följer att den från början oorganiserade gruppen myror konvergerar och en myrstig bildas [2].

Feromonspåren avdunstar med tiden. Eftersom den närmast benägna matkällan sannolikt besöks oftare än övriga kommer den med tiden även vara den högst prioriterade. Att myror med denna metod högt sannolikt hittar den kortaste vägen mellan koloni och mat har visades 1989 av S. Goss, S. Aron, J.-L. Deneubourg och J. M. Pasteels [3].

Artificiell simulering av detta beteende har visats vara användbar för lösning av olika diskreta optimeringsproblem. Denna lösningsmetod, myrkolonioptimering (eng. *Ant Colony Optimization, ACO*), introducerades 1991 av A. Colomi, M. Dorigo och V. Maniezzo i artikeln ”*Distributed Optimization by Ant Colonies*” [4].

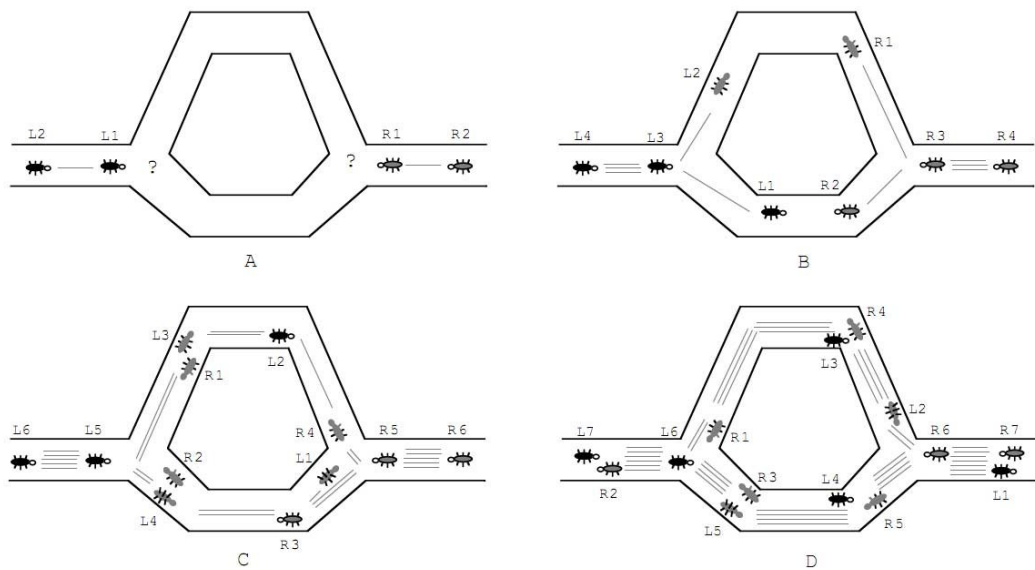


Fig1 - Myrors näringsökande steg för steg [1]

Ett antal myror hamnar i en korsning (A). Varje myra väljer slumpmässigt en väg att gå (B). De myror som valt den kortare vägen når andra sidan snabbare än de övriga (C), därför blir feromonspåret sannolikt kraftigare på den kortare sträckan (D). Feromonspårets intensitet representeras här av antal streck på en väg.

2.2. Tillämpningsområden

Sedan sin introduktion har myrkolonioptimering tillämpats på en mängd olika problem. I ”*Distributed Optimization by Ant Colonies*” visades handelsresandeproblemet som koncepttest för ACO, och en mängd förbättringar av denna algoritm har utvecklats med tiden. Andra tidiga implementationer var exempelvis olika tilldelnings-, skedulerings- och trafikruttningsproblem.

På senare tid har ACO visats vara bland de bästa lösningsmetoderna för problem som det sekventiella ordningsproblemet (en variant av TSP med avseende på ordning) samt 2- och 3-dimensionella proteinveckningsproblem [5].

2.3. Myrkolonioptimeringens uppbyggnad

För att myrkolonioptimering ska kunna tillämpas på ett problem krävs att problemet kan delas upp i en mängd lösningskomponenter [5]. Artificiella myror bygger sedan stegvis upp lösningar utgående från denna mängd. Till sin hjälp har de en feromonmodell, en mängd feromonvärden, som ger myrorna probabilistiska valmöjligheter att beakta under en lösningsförfarandet.

Feromonmodellens byggs upp dynamiskt under exekveringen. Dess uppgift är att koncentrera sökningen till delar av sökrymden som tidigare visats innehålla lösningskomponenter av hög kvalitet. Antagandet att bra lösningar består av lösningskomponenter av hög kvalitet är centralt för ACO.

Lösningskomponenterna och feromonmodellen används till optimering enligt följande två steg [5]:

- Lösningkandidater byggs upp utgående från lösningskomponenterna med hjälp av feromonmodellens sannolikhetsvärden.
- Lösningkandidaternas kvalitet betraktas och utnyttjas för att uppdatera värden i feromonmodellen på ett sätt som sannolikt gynnar framtida iterationers lösningskvalitet.

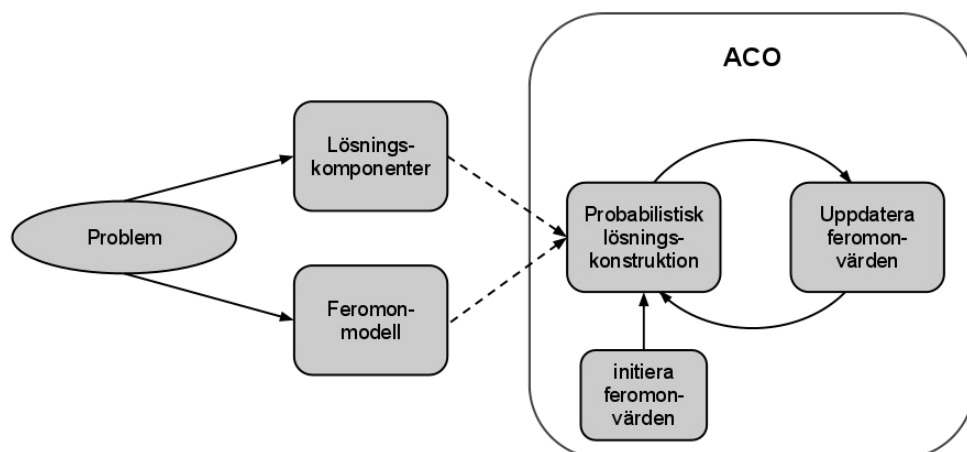


Fig2 – Generell modell av ACO-algoritmens funktion [5]

```
1. Loopa
2.   Aktivitetsskedulering
3.     Lösningskonstruktion()
4.     Feromonuppdatering()
5.     Demonfunktioner() {valfri}
6.   Aktivitetsskedulering slut
7. Tills slutvillkor uppfyllts
```

Algoritm A – ACO-algoritm [9]

Algoritm A beskriver hur ACO implementeras algoritmiskt. Under varje iteration av blocket ”Aktivitetsskedulering” måste blockets tre procedurer skeduleras och synkroniseras. Detta skede är individuellt för varje algoritm och kan därför inte beskrivas generellt. Procedurerna Lösningskonstruktion, Feromonuppdatering och Demonfunktioner besitter däremot egenskaper generella för ACO.

Lösningsskonstruktion()

```
1. lösning  $s = \emptyset$ 
2. bestäm  $N(s)$ 
3. Loopa
4.   lägg till lösningsskomponent  $c$  från  $N(s)$  till  $s$ 
5.   Bestäm  $N(s)$ 
6. Tills  $N = \emptyset$ 
```

Algoritm B – Pseudokod för Lösningsskonstruktion()-proceduren i Algoritm A.

Algoritm B visar hur en myra bygger upp en lösningskandidat. Mängden $N(s)$ är en delmängd till de lösningsskomponenter som hittills ej använts. Problemet i fråga bestämmer hur $N(s)$ uppdateras under exekveringen. Gemensamt för alla ACO-algoritmer är emellertid att $N(s)$ och s aldrig har gemensamma element. Vilken komponent c som väljs vid varje enskild iteration bestäms probabilistiskt med hänsyn till feromonmodellens värden och regler bestämda av problemställningen.

Feromonuppdatering()

Feromonuppdateringskedets mål är att koncentrera sökningen till regioner av sökrymden som visats innehålla kvalitativa lösningar. Uppdatering av feromonmodellen sker i två steg. Det första är simulering av feromonavdunstning genom dekrementering av alla feromonvärden i modellen. Detta för att undvika för snabb konvergens mot en suboptimal region i problemet. Det andra är att inkrementera värden för de spår som använts vid nuvarande och/eller äldre iterationer av huvudalgoritmen. Hur dessa två steg påverkar modellen är lösningsspecifikt för olika varianter av ACO.

Demonfunktioner()

Den sista proceduren i en iteration av en generell ACO algoritm har som uppgift att utföra centraliserade operationer som myrorna enskilt inte kan utföra. Proceduren är inte essentiell för en ACO-algoritm men kan vara till fördel för vissa implementationer. Exempelvis kan en demonfunktion vara att för varje iteration inkrementera den globalt bästa lösningens feromonspår och på det viset öka sannolikheten att delar av den vägen prioriteras i framtiden.

3. Lösningssgoritmer för handelsresandeproblemet

Detta kapitel kommer att presentera två olika ACO-algoritmer för lösning av handelsresandens problem. Den första, Ant System, är föregångare till den andra, Ant Colony System.

3.1. Handelsresandeproblemet

En handelsresande ska besöka ett antal orter och sedan återvända hem. Givet avståndet mellan orterna, i vilken ordning skall de besökas för att resan skall bli så kort som möjligt?

Varianter av handelsresandeproblemet (*eng. Traveling Salesman Problem, TSP*) kan dateras ända tillbaka till 1700-talet [7]. Sin enkla frågeställning och långa historia till trots har till dags dato inga optimala lösningssmetoder till problemet hittats. Goda lösningar till TSP är ännu i dag av intresse eftersom problemet har en mängd användbara praktiska tillämpningar som exempelvis trafik- och nätverksruttnig. Två olika varianter av är det symmetriska handelsresandeproblemet, där sträckan mellan två orter är samma i båda riktningar, och det asymmetriska, som kan ha olika avstånd i olika riktningar.

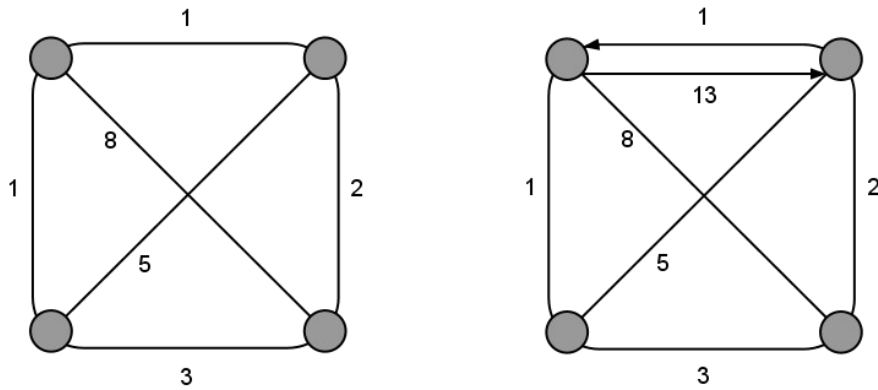


Fig3 – Grafrepresentation av symmetriskt (t.v.) och asymmetriskt handelsresandeproblem.

Definition

$V = \{a, \dots, z\}$	mängden städer
$E = \{(r, s) : r, s \in V\}$	mängden vägar mellan städerna
$\delta(r, s) = \delta(s, r)$	längden av vägen $(r, s) \in V$

Handelsresandens problem är att hitta en Hamiltoncykel med minimal vikt i grafen (V, E) (Källa)

Om $\delta(r, s) \neq \delta(s, r)$ för åtminstone en väg (r, s) är problemet asymmetriskt.

3.2. Ant System (AS)

Ant System var en av de första myrkolonioptimeringsalgoritmerna och presenterades i ”*Distributed Optimization by Ant Colonies*” [4]. Algoritmen är enkel, och har därför sina begränsningar. Den har emellertid visats vara användbar för små (upp till 30 städer) TSP:n [1]. Algoritmen följer följande modell:

1. Initialisera
2. **Loopa**
3. Varje myra tilldelas en startnod
4. **Loopa**
5. Varje myra bygger upp en lösningsmodell enligt en probabilistisk funktion
6. **Tills** alla myror byggt en komplett lösning
7. Uppdatera feromonmodell
8. **Tills slutvillkor uppfyllda**

Algoritm C – Pseudokod för Ant System.

Lösningskonstruktion

Sannolikheten för att en myra k i stad r väljer att gå till stad s är

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)] \cdot [\eta(r, s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u)] \cdot [\eta(r, u)]^\beta} & \text{om } s \in J_k(r) \\ 0 & \text{om } s \notin J_k(r) \end{cases}$$

där

τ feromonmodell

$\eta = 1/\delta$ invers av avståndet $\delta(r, s)$

$J_k(r)$ de städer som återstår att besöka för myra k i stad r

β parameter > 0 som bestämmer betydelsen av feromoner i förhållande till längden till s

För att konstruera en lösning enligt AS multipliceras feromonvärdet på väg (r, s) med $\eta(r, s)$. Detta medför att korta vägar med kraftiga feromonspår prioriteras.

Feromonuppdatering

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \alpha) \cdot \tau(r, s) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_k(r, s)$$

där

$$\Delta \tau_k(r, s) = \begin{cases} 1/L_k & \text{om } (r, s) \in \text{lösning genererad av myra } k \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$0 < \alpha < 1$ feromonminskningsparameter

L_k total längd av myra k s lösning

m antal myror

Feromonuppdateringsskedet minskar feromonspåret på varje väg (r, s) med parametervärdet α , som bestäms vid implementation. Feromoner adderas sedan till för varje myra som besökt vägen. Värdet som adderas växer ju kortare en myra k s lösning är.

3.3. Ant Colony System

Ant Colony System (ACS) är en vidareutveckling av Ant System. Algoritmen presenterades 1997 av Marco Dorigo och Luca Maria Gambardella i artikeln ”Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem”. ACS-algoritmen skiljer sig från Ant System på tre huvudsakliga punkter:

1. En regel för tillståndsskifte som ger bra balans mellan utforskning av nya vägar och utnyttjande av gammal information från feromonmodellen har implementerats.
2. Global uppdatering av feromonspår sker på de vägar som är del av den globalt bästa lösningskandidaten.
3. Lokal feromonuppdatering sker för varje myra under konstruktionsskedet i stället för efter en fullständig lösningskandidat skapats.

Algoritmen fungerar enligt följande:

```
1. Initialisera
2. Loopa
3.     Varje myra tilldelas en startnod
4.     Loopa
5.         Varje myra utnyttjar en regel för skifte av
           tillstånd och en lokal feromonuppdateringsregel för
           att stegvis konstruera en lösning
6.     Tills alla myror byggt en komplett lösning
7.     Kör global feromonuppdatering
8. Tills slutvillkor uppfyllda
```

Algoritm D – Pseudokod för Ant Colony System.

Regel för tillståndsskifte

En myra k i stad r väljer sin nästa målstad s enligt

$$s = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_k(r)} \{[\tau(r, u)] \cdot [\eta(r, u)]^\beta\} & \text{om } q \leq q_0 \\ S & \text{annars} \end{cases}$$

där

$J_k(r)$	de städer som återstår att besöka för myra k i stad r
q	slumptal jämt distribuerat i $[0..1]$
q_0	parameter ($0 \leq q_0 \leq 1$)
$\tau(r, u)$	mängden feromoner på båge (r, u)
$\eta(r, u)$	inversen av avståndet mellan städerna r och u
S	variabel bestämd enligt sannolikhetsfördelningen i AS lösningsskonstruktion.

Likt AS medför denna regel att korta vägar med kraftiga feromonspår prioriteras. Parametern q_0 bestämmer med vilken sannolikhet de olika delarna av ekvationen ska användas. När en myra i en stad ska välja nästa stad att besöka slumpas ett tal $0 \leq q \leq 1$. Om $q \leq q_0$ väljs den stad som har det maximala värdet $[\tau(r, u)] \cdot [\eta(r, u)]^\beta$ bland de återstående städerna $\{u \in J_k(r)\}$. Annars anropas samma funktion som i Ant Systems lösningsskonstruktion.

Lokal feromonuppdatering

Under en lösningsskonstruktionsskede uppdaterar myran mängden feromoner på besökta vägar enligt regeln

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau(r, s) + \rho \cdot \tau_0$$

där

$\tau(r, s)$	den senast valda vägen
$0 < \rho < 1$	parameter
τ_0	initierat feromonvärde

Genom att dynamiskt minska feromonvärdet på en väg som valts, ökar det sannolikheten att andra vägar väljs. Utan denna regel skulle myrornas rörelse begränsas till ett område nära tidigare konstruktions bästa lösning.

Global feromonuppdatering

När alla myror konstruerat sina lösningar förstärks den globalt bästa lösningen ytterligare enligt ekvationen

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \alpha) \cdot \tau(r, s) + \alpha \cdot \Delta \tau(r, s)$$

$$\text{där } \Delta \tau_k(r, s) = \begin{cases} (L_{gb})^{-1} & \text{om } (r, s) \in \text{globalt bästa lösning} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$0 < \alpha < 1$ feromonminskningsparameter

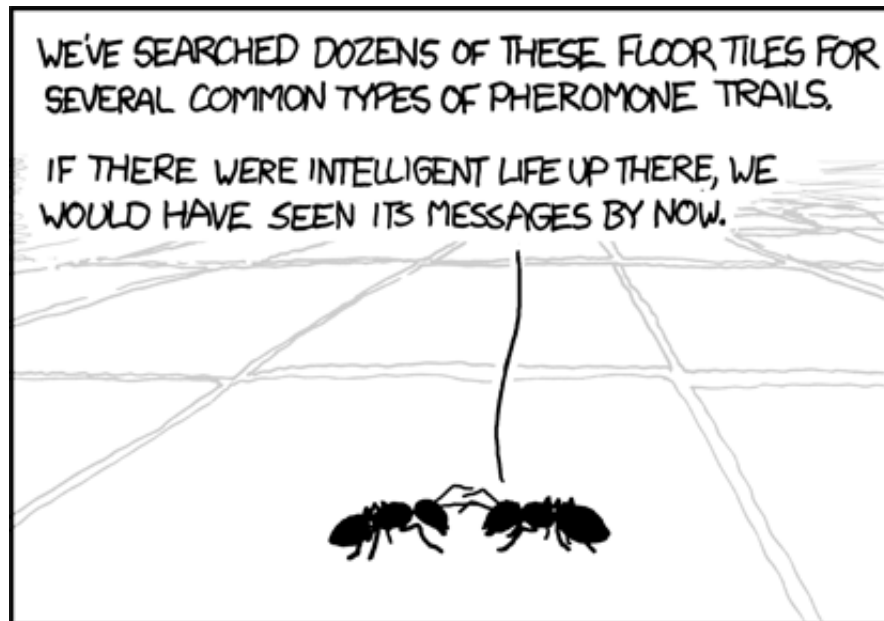
L_{gb} den globalt bästa lösningens längd

m antal myror

3.4. Resultat och senare algoritmer

(Vad gör ACS bättre än AS? Diskutera senare förbättringar i andra algoritmer)

4. Sammanfattning



THE WORLD'S FIRST ANT COLONY TO ACHIEVE SENTIENCE CALLS OFF THE SEARCH FOR US.

5. Litteraturförteckning

- [1] M. Dorigo, L.M. Gambardella, Ant Colony System : A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, volume 1, numéro 1, 53-66, 1997.
- [2] J-P Rennard, Social insects and self-organization, 2003
<http://www.rennard.org/alife/english/antstxt/antstxtgb.html>
- [3] S. Goss, S. Aron, J.-L. Deneubourg, and J. M. Pasteels. Self-organized shortcuts in the Argentine ant, *Naturwissenschaften*, 76:579–581, 1989.
- [4] A. Coloni, M. Dorigo et V. Maniezzo. Distributed Optimization by Ant Colonies, actes de la première conférence européenne sur la vie artificielle, Paris, France, Elsevier Publishing, 134-142, 1991.
- [5] C. Blum, Ant colony optimization: Introduction and recent trends. *Physics of Life Reviews*, 2(4):353-373, 2005.
- [6] M. Ehrgott, X. Gandibleux, Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization. *Top*. V12. 1-89, 2005.
- [7] ,The Traveling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms, *European Journal of Operational Research* 59 (1992), 231-247, 1992.
- [8] V. Maniezzo , L. Gambardella , F. De Luigi, *Optimization Techniques in Engineering*, Springer-Verlag, Addison-Wesley, 101-117, 2004
- [9] M. Dorigo , G. Di Caro, *The Ant Colony Optimization Meta-Heuristic*, IRIDIA, Université Libre de Bruxellesm, 1999.