

## SIGBE/08/3

Talsekvensen i filen <http://www.abo.fi/~htoivone/courses/sigbe/signal2.dat> representerar en audiosignal  $\{x_0(nT_{s0})\}$  som diskretiserats med samplingsfrekvensen  $f_{s0} = 11025$  Hz.

(i) Verifiera att signalen är bandbegränsad, samt bestäm signalens högsta frekvenskomponent  $\omega_{max}$ . Verifiera att  $\omega_{max} < \omega_{s0}/8$ , där  $\omega_{s0} = 2\pi f_{s0}$ .

(ii) Enligt Shannons samplingsteorem räcker samplingsfrekvensen  $\omega_s = \omega_{s0}/4$  för att representera signalen, eftersom  $\omega_s/2 > \omega_{max}$  (jmf (i)). Detta motsvarar samplingstiden  $T_s = 4T_{s0}$ . Bilda en sådan långsamt samplad diskret signal  $\{x(nT_s)\}$  genom att ta vart fjärde element från sekvensen  $\{x_0(nT_{s0})\}$ , dvs  $\{x(nT_s)\} = \{x_0(nT_s)\} = \{x_0(0), x_0(4T_{s0}), x_0(8T_{s0}), \dots\}$ .

Verifiera att de diskreta signalerna representerar samma kontinuerliga signal genom att:

- Lyssna på dem med `soundsc` (Observera samplingsfrekvensen!).
- Bestäm sekvensernas Fouriertransformer  $X_0(k)$  respektive  $X(k)$ , och verifiera att  $X_0 = 4X$  gäller i frekvensintervallet  $\omega < \omega_{s0}/8$ .

(iii) Rekonstruera den ursprungliga signalen  $\{x_0(nT_{s0})\}$  ur den långsamt samplade signalen  $\{x(nT_s)\}$  genom att:

- bilda Fouriertransformen  $\{X(k)\}$  för  $\{x(nT_s)\}$
- beräkna Fouriertransformen  $\{X_0(k)\}$  för  $\{x(nT_{s0})\}$  ur  $\{X(k)\}$  (jfr ovan;  $X_0(k) = 4X(k)$  i frekvensintervallet  $\omega < \omega_{s0}/8$  och  $X_0(k) = 0$  för frekvenser  $\omega \geq \omega_{s0}/8$ ).
- bestäm  $\{x_0(nT_{s0})\}$  genom att bilda inversa transformen av  $\{X_0(k)\}$ .

(iv) Skriv till slut ett program som använder Shannon rekonstruktion för att uppsampla den långsamt samplade signalen  $\{x(nT_s)\}$  tillbaka till fyrfaldig samplingsfrekvens genom att beräkna de mellanliggande signalvärdena  $x(nT_s + T_s/4)$ ,  $x(nT_s + T_s/2)$ ,  $x(nT_s + 3T_s/4)$  med Shannons rekonstruktionsformel (6.21). Jämför de rekonstruerade signalvärdena med de exakta värdena  $x_0(n4T_{s0} + T_{s0})$ ,  $x_0(n4T_{s0} + 2T_{s0})$ ,  $x_0(n4T_{s0} + 3T_{s0})$ .