

SIGBE/10/2

a) Beräkning av diskreta Fouriertransformen.

(i) Beräkna diskreta Fouriertransformen av sekvensen $\{1, 1, 0, -1\}$ direkt med hjälp av definitionen. Verifiera att symmetriegenskapen (4.32) och Parsevals formel gäller.

(ii) Bestäm den diskreta Fouriertransformen av sekvensen ovan med hjälp av den snabba Fouriertransformen. Ange alla delsteg och delresultat $X_{il}(k)$ i beräkningarna.

b) Datakomprimering i frekvensplanet.

Talsekvensen i filen <http://www.users.abo.fi/~htoivone/courses/sigbe/signal.dat> representerar en audiosignal (vokalen 'a') som har samplats med samplingsfrekvensen 11025 Hz.

(i) Använd MATLAB-programmet `fft` för att bestämma diskreta Fouriertransformen $X(k)$ av sekvensen. Illustrera datasekvensen och dess spektrum grafiskt.

Verifiera även med MATLAB-programmet `ifft` att den inversa diskreta Fouriertransformen rekonstruerar den ursprungliga datasekvensen.

(ii) Representation med lågfrekventa komponenter.

Undersök hur väl datasekvensen kan representeras av lågfrekventa komponenter genom att approximera spektret med ett lågfrekvent spektrum $X_{LF}(k)$ där frekvenser $> f_1$ försummas (dvs $X_{LF}(k) = 0$ för de k som motsvarar frekvenskomponenter $> f_1$). Bestäm sedan en lågfrekvent approximation $x_{LF}(n)$ av signalen $x(n)$ som den inversa Fouriertransformen av $X_{LF}(k)$, och illustrera resultatet grafiskt genom att plotta en delsekvens av signalerna $x(n)$ och $x_{LF}(n)$ bestående av t.ex. 200 datapunkter. Använd frekvenserna $f_1 = 4000, 3000$ och 2000 Hz.

Beräkna även energin hos approximationsfelet $x - x_{LF}$ i procent av hela signalens energi.

***OBS:** Observera dock att detta gäller endast för $k \leq N/2$; för $k > N/2$ bör spektret satisfiera symmetriegenskapen (4.32); $X_{LF}(N - k) = X_{LF}^*(k)$.

Observera också att indexeringen av vektorn med Fouriertransformen X i MATLAB går från 1 till N , så att $X(0)$ har indexet 1, $X(1)$ har indexet 2, osv t.o.m. $X(N - 1)$ som har indexet N . Frekvenskomponenten k har således indexet $k + 1$, och frekvenskomponenten $N - k$ har indexet $N - k + 1$.

c) Bildkomprimering.

Skriv ett program som komprimerar en 2-dimensionell signal $\{x(n, m)\}$ genom att dela signalen i 8×8 block och beräkna kvantiserade cosinus-transformer för de olika blocken i enlighet med exempel 5.1 i kompendiet. Bestäm andelen nollor i den komprimerade cosinus-transformerade signalen (detta ger en uppfattning om komprimeringsgraden). Skriv också ett program som rekonstruerar den ursprungliga signalen från den komprimerade transformen i enlighet med exempel 5.1 och jämför resultatet med den ursprungliga signalen.

Testa programmen för en lämplig 2-dimensionell signal som representerar en bild.

För komprimering av 8×8 blocken kan Matlab-programmet `dct_compress88` användas, och rekonstruktion av 8×8 blocken kan utföras med programmet `idct_compress88`. En lämplig kvantiseringsstabell finns i filen `Q.mat`. Metoden kan testas på bildsignalen `xx` i filen `lenna512.mat`. För bekväm generering av en bild som representeras av en 2-dimensionell signal kan programmet `show_image` användas.