

SIGBE/12/2

a) Periodisk signal.

En periodisk signal ges av

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) \quad (1)$$

där grundfrekvensen är $f_0 = 100$ Hz, och frekvenskomponenternas amplituder och faser ges av

$$\begin{aligned} A_0 &= 0.5, & \phi_0 &= 0 \\ A_1 &= 0.05, & \phi_1 &= 1.5 \\ A_2 &= 0.15, & \phi_2 &= 0.8 \\ A_3 &= 0.5, & \phi_3 &= -0.2 \\ A_5 &= 0.3, & \phi_5 &= -1.2 \\ A_{10} &= 0.2, & \phi_{10} &= -0.6 \end{aligned} \quad (2)$$

samt $A_n = 0$, $\phi_n = 0$ för alla andra n .

(i) Vad är signalens period T_0 ?

(ii) Upprita funktionen $x(t)$ över en period ($0 \leq t < T_0$). Använd samplingsintervallet $T_s = T_0/N$, med exempelvis $N = 256$, och beräkna $x(0), x(T_s), x(2T_s), \dots, x((N-1)T_s)$.

b) Frekvenskomponenterna hos periodisk signal.

Antag att den periodiska signalen i a-fallet är given och man vill bestämma dess frekvenskomponenter (amplitud och fas). Vi har att koefficienterna c_n i utvecklingen (3.40) i kompendiet ges av integralen (3.41). Denna kan approximeras med en summa enligt

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \\ &\approx \frac{1}{T_0} \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_s) e^{-jn\omega_0 kT_s} \cdot T_s \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_s) e^{-jn\omega_0 kT_s} \end{aligned} \quad (3)$$

Summan

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_s) e^{-jn\omega_0 kT_s} \quad (4)$$

kan bestämmas med Matlab-programmet $\mathbf{X}=\text{fft}(\mathbf{x})$ som genererar en vektor X av samma längd som x , så att $X(1) = s_0$ (frekvenskomponenten noll), $X(2) = s_1$ (frekvenskomponenten ω_0), osv så att $X(n+1) = s_n$ (frekvenskomponenten $n\omega_0$) upp till $n = N/2$ (den senare halvan av sekvensen $X(n)$ består av komplexkonjugater till den första halvan).

Använd programmet `fft` för att bestämma koefficienterna s_n . Tag i enlighet med ekv. (3) och (4) $c_n = s_n/N$ i signalens Fourierserierutveckling enligt (3.40). Använd sedan sambanden i avsnitt 3.1 i kompendiet för att bestämma koefficienterna a_n, b_n i den trigonometriska utvecklingen (3.26) samt amplituder A_n och faser ϕ_n då frekvenskomponenterna representeras enligt ekv. (1). Jämför de så erhållna amplituderna och faserna med de riktiga värdena i ekv. (2).