SIGBE/10/3

Talsekvensen i filen `http://www.abo.fi/~htoivone/courses/sigbe/signal2.dat` representerar en audiosignal $\{x_0(nT_{s0})\}$ som diskretiserats med samplingsfrekvensen $f_{s0} = 11025$ Hz.

(i) Verifiera att signalen är bandbegränsad, samt bestäm signalens högsta frekvenskomponent ω_{max}. Verifiera att $\omega_{max} < \omega_{s0}/8$, där $\omega_{s0} = 2\pi f_{s0}$.

(ii) Enligt Shannons samplingsteorem räcker det med en samplingsfrekvens som satisfierar $\omega_s > 2\omega_{max}$ för att representera signalen. Enligt (i) kan samplingsfrekvensen därför reduceras till $\omega_s = 2 \times (\omega_{s0}/8) = \omega_{s0}/4$, vilket motsvarar samplingstiden $T_s = 4T_{s0}$. Bilda en sådan långsamt samplad diskret signal $\{x(nT_s)\}$ genom att ta vart fjärde element från sekvensen $\{x_0(nT_{s0})\}$, dvs
$\{x(nT_s)\} = \{x_0(nT_s)\} = \{x_0(n4T_{s0})\} = \{x_0(0), x_0(4T_{s0}), x_0(8T_{s0}), \ldots\}$.
Verifiera att de diskreta signalerna representerar samma kontinuerliga signal genom att:

- Lyssna på dem med `soundsc` (observera samplingsfrekvensen!),
- bestämma sekvensernas Fouriertransformer $X_0(k)$ respektive $X(k)$, och verifiera att $X_0 = 4X$ gäller i frekvensintervallet $\omega < \omega_{s0}/8$.

(iii) Rekonstruera den ursprungliga signalen $\{x_0(nT_{s0})\}$ ur den långsamt samplade signalen $\{x(nT_s)\}$ genom att:

- bilda Fouriertransformen $\{X(k)\}$ för $\{x(nT_s)\}$,
- beräkna Fouriertransformen $\{X_0(k)\}$ för $\{x(nT_{s0})\}$ ur $\{X(k)\}$ (jfr ovan; $X_0(k) = 4X(k)$ i frekvensintervallet $\omega < \omega_{s0}/8$ och $X_0(k) = 0$ för frekvenser $\omega \geq \omega_{s0}/8$),
- bestämma $\{x_0(nT_{s0})\}$ genom att bilda inversa transformen av $\{X_0(k)\}$.

(iv) Skriv till slut ett program som använder Shannon rekonstruktion för att uppsampla den långsamt samplade signalen $\{x(nT_s)\}$ tillbaka till fyrfaldig samplingsfrekvens genom att beräkna de mellanliggande signalvärdena $x(nT_s + T_s/4), x(nT_s + T_s/2), x(nT_s + 3T_s/4)$ med Shannons rekonstruktionsformel (6.21). Jämför de rekonstruerade signalvärdena med de exakta värdena $x_0(n4T_{s0} + T_{s0}), x_0(n4T_{s0} + 2T_{s0})$, $x_0(n4T_{s0} + 3T_{s0})$.